

4. Reguła odchylenia standardowego

$$\pi(\xi) = \mathbb{E}[\xi] + \beta\sqrt{\text{Var}[\xi]},$$

gdzie $\beta > 0$ – współczynnik ładowania bezpieczeństwa.

5. Reguła wykładnicza

$$\pi(\xi) = \frac{1}{\alpha} \ln(\mathbb{E}[e^{\alpha\xi}]),$$

gdzie $\alpha > 0$ – współczynnik awersji do ryzyka.

6. Reguła zerowej użyteczności

Dla danej funkcji użyteczności $U : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiujemy $\pi(\xi)$ jako rozwiązanie równania

$$U(0) = \mathbb{E}[U(\pi(\xi) - \xi)],$$

co oznacza, że ryzyko ξ ze składką $\pi(\xi)$ ma taką oczekiwaną użyteczność jak brak ryzyka.

7. Reguła wypukłej funkcji straty

Dla danej funkcji niemalejącej i wypukłej $v : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ zdefiniujemy

$$\pi(\xi) = v^{-1}(\mathbb{E}[v(\xi)]),$$

gdzie $v^{-1}(t) = \inf\{x \in \mathbb{R} : v(x) \geq t\}$ – uogólniona odwrotność v .

8. Value-at-Risk (VaR, wartość narażona na ryzyko)

Dla ustalonego $\alpha \in (0, 1)$ określmy

$$\begin{aligned} \pi(\xi) &= \text{VaR}_\alpha(\xi) = \inf\{x : \mathcal{P}(\xi > x) \leq \alpha\} \\ &= \inf\{x : \mathcal{P}(\xi \leq x) \geq 1 - \alpha\} \\ &= F_\xi^{-1}(1 - \alpha), \end{aligned}$$

gdzie F_ξ jest dystrybuantą zmiennej losowej ξ , a F_ξ^{-1} jej uogólnioną odwrotnością.

9. Tail VaR (TVaR, „ogonowa” wartość oczekiwana)

Dla ustalonego $\alpha \in (0, 1)$ zdefiniujemy

$$\pi(\xi) = \text{TVaR}_\alpha(\xi) = \mathbb{E}[\xi | \xi \geq \text{VaR}_\alpha(\xi)].$$

10. Reguła maksymalnej straty

$$\pi(\xi) = \inf\{x : \mathcal{P}(\xi > x) = 0\} = \text{essup}(\xi).$$

11. Reguła Esschera

$$\pi(\xi) = \mathbb{E} \left[\frac{\xi e^{h\xi}}{\mathbb{E}[e^{h\xi}]} \right], \quad h > 0.$$

Wprowadzenie do metod naliczania składek ubezpieczeniowych

3.1. Przegląd reguł naliczania składki

Niech ξ oznacza zmienną losową, która jest wielkością szkody. Nieujemną składkę, odpowiadającą szkodzie ξ , będziemy oznaczali¹ przez $\pi(\xi)$. Formalnie rzecz biorąc, $\pi(\cdot)$ jest nieujemnym funkcjonałem określonym na zbiorze nieujemnych zmiennych losowych. Poniżej przedstawiamy kilkanaście najbardziej popularnych reguł definiowania składki $\pi(\cdot)$.

1. Składka netto (*net premium*)

$$\pi(\xi) = \mathbb{E}[\xi].$$

Składka netto nie uwzględnia wyceny ryzyka.

2. Reguła wartości oczekiwanej

$$\pi(\xi) = (1 + \beta)\mathbb{E}[\xi],$$

gdzie $\beta > 0$ – współczynnik ładowania bezpieczeństwa (*safety loading coefficient*).

3. Reguła wariancji

$$\pi(\xi) = \mathbb{E}[\xi] + \beta \text{Var}[\xi],$$

gdzie $\beta > 0$ – współczynnik ładowania bezpieczeństwa.

¹Symbol π jest używany także do oznaczenia stałej 3.14... Ponieważ dotyczy to tylko wzoru na gęstość rozkładu normalnego, nie ma ryzyka kolizji oznaczeń.
